Prof. Dr. Alfred Toth

Grundlegung einer 2-dimensionalen semiotischen Kategorietheorie II

1. Von dem in Teil I (vgl. Toth 2015) in dimensionaler Abhängigkeit von den folgenden vier Paaren von Gerichtetheit

$(\rightarrow, \leftarrow), (\uparrow, \downarrow), (\nearrow, \swarrow) (\nwarrow, \searrow)$,

definierten, 8-dimensionalen System von 72 semiotischen Morphismen

	α	$\alpha°$	β	$\beta°$	$\beta\alpha$	$\alpha°\beta°$	id_0	id_1	id_2
$\rightarrow$	$\alpha^{\rightarrow}$	$\alpha^{°\rightarrow}$	$\beta^{\rightarrow}$	$\beta^{°\rightarrow}$	$\beta\alpha^{\rightarrow}$	$\alpha°\beta^{°\rightarrow}$	$id_0^{\rightarrow}$	$id_1^{\rightarrow}$	$id_2^{\rightarrow}$
$\leftarrow$	$\alpha^{\leftarrow}$	$\alpha^{°\leftarrow}$	$\beta^{\leftarrow}$	$\beta^{°\leftarrow}$	$\beta\alpha^{\leftarrow}$	$\alpha°\beta^{°\leftarrow}$	$id_0^{\leftarrow}$	$id^{\leftarrow}$	$id_2^{\leftarrow}$
$\uparrow$	$\alpha^{\uparrow}$	$\alpha^{°\uparrow}$	$\beta^{\uparrow}$	$\beta^{°\uparrow}$	$\beta\alpha^{\uparrow}$	$\alpha°\beta^{\uparrow}$	$id^{\uparrow}$	$id_1^{\uparrow}$	$id_2^{\uparrow}$
$\downarrow$	$\alpha^{\downarrow}$	$\alpha^{°\downarrow}$	$\beta^{\downarrow}$	$\beta^{°\downarrow}$	$\beta\alpha^{\downarrow}$	$\alpha°\beta^{°\downarrow}$	$id_0^{\downarrow}$	$id_1^{\downarrow}$	$id_2^{\downarrow}$
$\nearrow$	$\alpha^{\nearrow}$	$\alpha^{°\nearrow}$	$\beta^{\nearrow}$	$\beta^{°\nearrow}$	$\beta\alpha^{\nearrow}$	$\alpha°\beta^{°\nearrow}$	$id_0^{\nearrow}$	$id_1^{\nearrow}$	$id_2^{\nearrow}$
$\swarrow$	$\alpha^{\swarrow}$	$\alpha^{°\swarrow}$	$\beta^{\swarrow}$	$\beta^{°\swarrow}$	$\beta\alpha^{\swarrow}$	$\alpha°\beta^{°\swarrow}$	$id_0^{\swarrow}$	$id_1^{\swarrow}$	$id_2^{\swarrow}$
$\nwarrow$	$\alpha^{\nwarrow}$	$\alpha^{°\nwarrow}$	$\beta^{\nwarrow}$	$\beta^{°\nwarrow}$	$\beta\alpha^{\nwarrow}$	$\alpha°\beta^{°\nwarrow}$	$id_0^{\nwarrow}$	$id_1^{\nwarrow}$	$id_2^{\nwarrow}$
$\searrow$	$\alpha^{\searrow}$	$\alpha^{°\searrow}$	$\beta^{\searrow}$	$\beta^{°\searrow}$	$\beta\alpha^{\searrow}$	$\alpha°\beta^{°\searrow}$	$id_0^{\searrow}$	$id_1^{\searrow}$	$id_2^{\searrow}$

nehmen die 18 horizontalen und die 18 vertikalen Morphismen insofern eine Sonderstellung ein, als sie rechtsmehrdeutig sind.

2. Präzise gesprochen handelt es sich um eine den →/← und ↑↓-Abbildungen inhärente Doppeldeutigkeit, denn z.B. kann

$\alpha^{\rightarrow}$ (0, 1)

sowohl auf

0	1
Ø	Ø

als auch auf

Ø Ø

0 1

und

$\alpha^{\uparrow}$ (0, 1)

sowohl auf

0 Ø

1 Ø

als auch auf

Ø 0

Ø 1

abgebildet werden, während sämtliche übrigen Abbildungen rechtseindeutig sind, vgl. z.B.

$\alpha^{\nearrow}$ (0, 1) =

Ø 1

0 Ø.

Die 18 horizontalen und die 18 vertikalen Abbildungen können damit auf die folgenden Abbildungsdifferenzen zurückgeführt werden

$\rightarrow(0, 1) = \{(0 \rightarrow 1), ((0 \rightarrow 1))\}$

$\leftarrow(0, 1) = \{(0 \leftarrow 1), ((0 \leftarrow 1))\}$

$\uparrow(0, 1) = \{(0 \uparrow 1), ((0 \uparrow 1))\}$

$\downarrow(0, 1) = \{(0 \downarrow 1), ((0 \downarrow 1))\}$, d.h. nur die transjazente Zählweise ist vermöge Diagonalität nicht nur links-, sondern auch rechtseindeutig.

3. Umgekehrt kann aber die transjazente Zählweise nicht einfach durch qualitative Addition von adjazenter und subjazenter Zählweise hergestellt werden, vgl. z.B.

$$\begin{matrix} 0 & 1 \\ \varnothing & \varnothing \end{matrix} \quad \oplus \quad \begin{matrix} 0 & \varnothing \\ 1 & \varnothing \end{matrix} \quad = \quad \begin{matrix} 0 & 1 \\ 1 & \varnothing \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \varnothing & \varnothing \\ 0 & 1 \end{matrix} \quad \oplus \quad \begin{matrix} 0 & \varnothing \\ 1 & \varnothing \end{matrix} \quad = \quad \begin{matrix} 0 & \varnothing \\ 0 & 1 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 0 & 1 \\ \varnothing & \varnothing \end{matrix} \quad \oplus \quad \begin{matrix} \varnothing & 0 \\ \varnothing & 1 \end{matrix} \quad = \quad \begin{matrix} 0 & 1 \\ \varnothing & 1 \end{matrix} \quad \text{oder} \quad \begin{matrix} 0 & 0 \\ \varnothing & 1 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \varnothing & \varnothing \\ 0 & 1 \end{matrix} \quad \oplus \quad \begin{matrix} 0 & \varnothing \\ 1 & \varnothing \end{matrix} \quad = \quad \begin{matrix} 0 & \varnothing \\ 0 & 1 \end{matrix} \quad \text{oder} \quad \begin{matrix} 0 & \varnothing \\ 1 & 1, \end{matrix}$$

d.h. durch adjazente und subjazente Addition entstehen zwar in jedem Fall Zahlenfelder, welche transjazente Zahlen enthalten, aber nicht diejenigen, welche durch die transjazente Zählweise, die sich somit relativ zur adjazenten und zur subjazenten in hypersummativer Relation befindet, erzeugt werden. Man beachte die beiden Fälle, in denen qualitative Addition zu rechtsmehrdeutigen Summen führt!

Literatur

Toth, Alfred, Grundlegung einer 2-dimensionalen semiotischen Kategorietheorie (I). In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

21.5.2015